# Каноническое уравнение эллипса

**467.** Через фокус эллипса проведен перпендикуляр к его большой оси (рис. 15). Определить, при каком значении эксцентриситета эллипса отрезки и будут параллельны,

**468.** Составить уравне்ние эллипса с полуосями и центром , если известно, что оси симметрии эллипса параллельны осям координат.

**484.** Определить, при каких значениях прямая 1) пересекает эллипс ; 2) касается его; 3) проходит вне этого эллипса.

**486.** Составить уравнение касательной к эллипсу в его точке .

**487.** Доказать, что касательные к эллипсу , проведенные в концах одного и того же диаметра, параллельны. (Диаметром эллипса называется его хорда, проходящая через центр.)

**490.** Провести касательные к эллиису параллельно прямой и вычислить расстояние между ними.

**492.** Из точки проведены касательные к эллипсу . Составить их уравнения.

**497.** Доказать, что произведение расстояний от центра эллипса до точки пересечения любой его касательной с фокальной осью и до основания перпендикуляря, опущенного из точки касания на фокальную ось, есть величина постоянная, равная квадрату большой полуоси эллипса.

**498.** Доказать, что произведение расстояний от фокусов до любой касательной к эллипсу равно квадрату малой полуоси.

# Каноническое уравнение гиперболы

**537.** Доказать, что расстояние от фокуса гиперболы до ее асимптоты равно .

**538.** Доказать что произведение расстояний от любой точки гиперболы до двух ее асимптот есть величина постоянная, равная .

**539.** Доказать, что площадь параллелограмма, ограниченного асимптотами гиперболы и прямыми, проведенными через любую ее точку параллельно асимптотам, есть величина постоянная, равная .

**540.** Составить уравнение гиперболы, если известны ее полуоси и , центр и фокусы расположены на прямой: 1) параллельной оси ; 2) параллельной оси .

**555.1)** Определить, при каких значениях прямая пересекает гиперболу ; 2) касается ее;

**555.2)** Определить, при каких значениях прямая проходит вне этой гиперболы.

**556.** Вывести условие, при котором прямая касается гиперболы .

**557.** Составить уравнение касательной к гиперболе в ее точке .

**558.** Доказать, что касательные к гиперболе, проведенные в концах одного и того же диаметра, параллельны.

**567.** Составить уравнение гиперболы, касающейся двух прямых: , при условии, что ее оси совпадают с осями координат.

**569.** Даны гиперболы и какая-нибудь ее касательная: -точка пересечения касательной с осью - проекция точки касания на ту же ось. Доказать, что .

# Каноническое уравнение параболы

**594.1)** Составить уравнение параболы, зная, что .ее вершина совпадает с точкой ( ), параметр равен , ось параллельна оси и парабола простирается в бесконечность: в положительном направлении оси ;

**594.2)** Составить уравнение параболы, зная, что .ее вершина совпадает с точкой ( ), параметр равен , ось параллельна оси и парабола простирается в бесконечность: в отрицательном направлении оси .

**594.1)** Составить уравнение параболы, зная, что .ее вершина совпадает с точкой ( ), параметр равен , ось параллельна оси и парабола простирается в бесконечность: в положительном направлении оси ;

**594.2)** Составить уравнение параболы, зная, что .ее вершина совпадает с точкой ( ), параметр равен , ось параллельна оси и парабола простирается в бесконечность: в отрицательном направлении оси .

**609.** Определить, при каких значениях углового коэффициента прямая 1) пересекает параболу ; 2) касается ее; 3) проходит вне этсй параболы.

**610.** Вывести условие, при котором прямая касается параболы .

**612.** Составить уравнение касагельной к параболе в ее точке .

**626.** Доказать, что две параболы, имеющие общую ось и общий фокус, расположенный между их вершинами, пересекаются под прямым углом.

**627.** Доказать, что если две параболы со взаимно перпендикулярными осями пересекаются в четырех точках, то эти точки лежат на одной окружности.

# Центр линии второго порядка

**669.** При каких значениях и уравнение определяет: 1) центральную линию; 2) линию без центра; 3) линию, имеющую бесконечно много центров.

**670.** Дано уравнение линии . Определить, при каких значениях углового коэффициента прямая 1) пересекает эту линию в одной точке; 2) касается этой линии; 3) пересекает эту линию в двух точках; 4) не имеет общих точек с этой линией.

# Приведение к простейшему виду уравнекия центральной линии второго порядка

**676.1)** Каждое из следующих уравнений привести к каноническому виду; определить тип каждого из них; установить, какие геометрические образы они определяют; для каждого случая изобразить на чертеже оси первоначальной координатной системы, оси других координатных систем, которые вводятся по ходу решения, и геометрический образ, определяемый данным уравнением: ;

**676.2)** Каждое из следующих уравнений привести к каноническому виду; определить тип каждого из них; установить, какие геометрические образы они определяют; для каждого случая изобразить на чертеже оси первоначальной координатной системы, оси других координатных систем, которые вводятся по ходу решения, и геометрический образ, определяемый данным уравнением: ;

**676.3)** Каждое из следующих уравнений привести к каноническому виду; определить тип каждого из них; установить, какие геометрические образы они определяют; для каждого случая изобразить на чертеже оси первоначальной координатной системы, оси других координатных систем, которые вводятся по ходу решения, и геометрический образ, определяемый данным уравнением: ;

**676.4)** Каждое из следующих уравнений привести к каноническому виду; определить тип каждого из них; установить, какие геометрические образы они определяют; для каждого случая изобразить на чертеже оси первоначальной координатной системы, оси других координатных систем, которые вводятся по ходу решения, и геометрический образ, определяемый данным уравнением: ;

**676.5)** Каждое из следующих уравнений привести к каноническому виду; определить тип каждого из них; установить, какие геометрические образы они определяют; для каждого случая изобразить на чертеже оси первоначальной координатной системы, оси других координатных систем, которые вводятся по ходу решения, и геометрический образ, определяемый данным уравнением: ;

**676.6)** Каждое из следующих уравнений привести к каноническому виду; определить тип каждого из них; установить, какие геометрические образы они определяют; для каждого случая изобразить на чертеже оси первоначальной координатной системы, оси других координатных систем, которые вводятся по ходу решения, и геометрический образ, определяемый данным уравнением: .

**677.1)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.2)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.3)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.4)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.5)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.6)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.7)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: ;

**677.8)** То же задание, что и в предыдущей задаче, выполнить для уравнений: .

**683.** Для любого эллиптического уравнения доказать, что ни один из коэффициентов и не может обрашаться в нуль и что они суть числа одного знака.

**684.** Доказать, что эллиптическое уравнение второй степени ( ) определяет эллипс в том и только в том случае, когда и суть числа разных знаков.

**685.** Доказать, что эллиптичсское уравнение второй степсни ( ) является уравпением мнимого эллипса в том и только в том случае, когда и суть числа одинаковых знаков.

**686.** Доказать, что эллиптическое уравнение второй степени ( ) определяет вырожденный эллипс (точку) в том и только в том случае, когда .

# Приведение к простейшему виду параболического уравнения

**691.** Для любого параболического уравнения доказать, что коэффициенты и не могут быть числами разных знаков и что они одновременно не могут обрашаться в нуль.

**692.** Доказать, что любое параболическое уравнение может быть написано в виде: . Доказать также, что эллиптические и гиперболические уравнения в таком виде не могут быть написаны.

**694.** Доказать, что если уравнение второй степени является параболическим и написано в виде то дискриминант его левой части определяется формулой .

**696.** Доказать, что параболическое уравнение определяет параболу в том и только в том случае, когда . Доказать, что в этом случае параметр параболы определяется формулой .

**698.** Доказать, что уравнение второй степени является уравнением вырожденной линии в том и только в том случае, когда .

# Поверхности второго порядка

**1160.** Установить, при каких значениях плоскость пересекает двухполостный гиперболоид а) по эллипсу, б) по гиперболе.

**1161.** Установить, при каких значениях плоскость пересекает эллиптический параболоид а) по эллипсу, б) по параболе.

**1162.** Доказать, что эллиптический параболоид имеет одну общую точку с плоскостью , и найти ее координаты.

**1163.** Доказать, что двухполостный гиперболоид имеет одну общую точку с плоскостью , и найти ее координаты.

**1164.** Доказать, что эллипсоид имеет одну общую точку с плоскостью , и найти ее координаты.

**1165.** Определить, при каком значении плоскость касается эллипсоида .